УДК 94(37).08

# Многофакторная математико-статистическая модель процесса труда в образовательных системах А.Н. Аликариева

Национальный университет Узбекистана, г. Ташкент, Узбекистан

Аннотация. Использование методов множественной корреляции позволяет в конкретных условиях определить факторы, наиболее значимые для успеваемости студентов по отдельному предмету, и получить количественную характеристику этой значимости. Представленная многофакторная модель успеваемости студентов в какой-то степени определяет уровень производительности труда профессорско-преподавательского состава вузов. Экономико-социологическая интерпретация этой модели позволит разработать ряд конкретных мероприятий, направленных на улучшение учебновоспитательной работы в вузах. Автором сделана попытка количественной оценки факторов – социально-экономических, социально-политических, анотомо-биологических, влияющих на качество образования.

**Ключевые слова:** студент; успеваемость; образование; преподаватели; эффективность труда; факторы; объект исследования; моделирование; корреляционно-регрессионный анализ; дисперсия; однофакторный дисперсионный анализ; двусторонний дисперсионный анализ.

**Для цитирования:** Аликариева А.Н. Многофакторная математико-статистическая модель процесса труда в образовательных системах // Caucasian Science Bridge. 2020. Т. 3. №1. С. 42–47.

## Multivariate mathematical and statistical model of the labor process in educational systems Alohon N. Alikarieva

National University of Uzbekistan Tashkent, Uzbekistan

**Abstract.** The use of multiple correlation methods makes it possible to determine the factors that are most significant for students 'academic performance in a particular subject in specific conditions, and to obtain a quantitative characteristic of this significance. The presented multi-factor model of student performance to some extent determines the level of labor productivity of the faculty of higher education institutions. The economic and sociological interpretation of this model will allow us to develop a number of specific measures aimed at improving the educational work in higher education institutions. The author attempts to quantify the factors – socio-economic, socio-political, and anatomic-biological-that affect the quality of education.

**Keywords:** student; academic performance; education; teachers; labor efficiency; factors; object of research; modeling; correlation and regression analysis; variance; one-factor analysis of variance; two-way analysis of variance.

*For citation:* Alikarieva A. N. Multivariate mathematical and statistical model of the labor process in educational systems // Caucasian Science Bridge. 2020. Vol. 3. Nº1. P. 42–47.

Описание с помощью аналитических многофакторных моделей структуры социального процесса можно осуществить, исходя из двух методологических положений. Первое из них связано с сущностным анализом процесса, второе — с феноменологическим подходом к решению данной задачи. Первое положение предполагает знание не только существования и форм проявления взаимодействия между определенными социальными факторами, но и самой природы этого взаимодействия. Очевидно, здесь идет речь о моделировании социальных процессов на основе наиболее полного знания их сущности. Используя философскую терминологию, можно сказать, что в этом случае модели создаются на базе изучения динамических закономерностей, т.е. закономерностей, отражающих чаще всего глубинные, сущностные взаимодействия между небольшим числом факторов (Шляпентох, 2006).

В отличие от однофакторного эксперимента, одновременное варьирование многими факторами позволяет дать количественную оценку не только влияния каждого фактора на выходной показатель, но и их взаимного влияния. Результаты многофакторного эксперимента представляют в виде многофакторной модели, которая может быть использована для анализа факторов по степени и направлению их влияния, для направленной оптимизации исследуемого объекта (Библиофонд).

Многофакторный корреляционный и регрессионный анализ позволяет оценить меру влияния на исследуемый результативный показатель каждого из включенных в модель (уравнение) факторов при фиксированном положении (на среднем уровне) остальных факторов, а также при любых возможных сочетаниях факторов с определенной степенью точности найти теоретическое значение этого показателя (важным условием является отсутствие между факторами функциональной связи). Различия в единицах измерения факторов устраняют с помощью частных коэффициентов эластичности, которые показывают, на сколько процентов в среднем изменяется анализируемый показатель с изменением на 1 % каждого фактора при фиксированном положении других факторов (Каштаева, 2020).

В качестве недостатка, возможно говорить о невозможности выделить те выборки, которые отличаются от других. Для этой цели необходимо использовать метод Шеффе или проводить парные сравнения выборок. Многофакторный дисперсионный анализ, помимо функций однофакторного дисперсионного анализа, оценивает межфакторное взаимодействие (Шеффе, 1980).

Дисперсионный двухфакторный анализ применяется в тех случаях, когда исследуется одновременное действие двух факторов на различные выборки объектов, то есть, когда различные выборки оказываются под воздействием различных сочетаний двух факторов. Может случиться, что одна переменная значимо действует на изучаемый признак только при определенных значениях другой переменной. Суть метода остается прежней, как и при однофакторной модели, но в двухфакторной дисперсионном анализе можно проверить большее количество гипотез (Богданова, 2015).

Очевидно, что повышение качества образования в образовательных системах является важным условием дальнейшего роста производительности общественного труда.

Сделаем попытку количественной оценки факторов – социально-экономических, социально-политических, анотомо-биологических, влияющих на качество образования.

Успеваемость студентов зависит от целого ряда факторов. В качестве показателя функции  $\overline{Y}$  возьмем успеваемость студентов вузов, выраженную в пятибалльной системе и в процентах. Аргументами  $\mathbf{x}_i$  будут факторы, влияющие на успеваемость студентов.

Математически эту задачу сформулируем в виде

$$\overline{Y} = F(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

Экономико-математическую модель -

$$\overline{Y} = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x i,$$

где  $\overline{Y}$  – средний показатель функции (успеваемость студентов по отдельной дисциплине) в процентах, x – факторы-аргументы (i = 1 - n):

**х**<sub>1</sub> - возраст преподавателя, лет;

**х**2 - педагогическая нагрузка преподавателя (недельная), ч.;

*х*<sub>3</sub> - общий трудовой стаж, лет;

**х**4 - общий педагогический стаж, лет;

*х*<sub>5</sub> - образование преподавателя, балл;

**х**<sub>6</sub> - количество групп;

**х**7 - количество студентов в группах, чел.;

**х**<sub>8</sub> - количество членов семьи преподавателя, чел.;

**х**9 - количество детей в семье преподавателя, чел.;

*х*10 - средний ежемесячный доход каждого члена семьи преподавателя;

**х**11 - жилая площадь на каждого члена семьи преподавателя, м<sup>2</sup>;

 $x_{12}$  - личное подсобное хозяйство преподавателя, м $^2$ ;

 $x_{13}$  - количество книг в личной библиотеке преподавателя;

**х**14 - время, затраченное на работу, мин.;

**х**15 - время, затраченное на дорогу, мин.;

x16 - время для домашнего труда и удовлетворения бытовых потребностей, мин.;

**х**17 - нерабочее время, затраченное на повышение квалификации, мин.;

*х*<sub>18</sub> - прочие затраты нерабочего времени, мин.

Информация по показателю функции и факторам-аргументам собирается с помощью анкетного опроса в вузах. На основе этих данных разработана многофакторная математико-статистическая модель, в которой участвовали все 18 факторов. Однако, эта модель оказалась очень громоздкой, в нее вошли факторы с незначительным влиянием. Поэтому из модели решено было исключить такие факторы, как общий трудовой стаж, образование, количество детей в семье и др. после этого была создана новая модель всего с девятью факторами x1, x2, ..., x9.

В результате расчетов на компьютере были получены такие важные статистические показатели, как среднеарифметическое значение показателей  $x_i$ , среднеквадратические отклонения  $\sigma_i$ , коэффициенты вариации  $\gamma_i$  (табл. N  $^{\circ}$   $^{\circ}$  ).

Таблица №1 Значения коэффициента вариации

	$x_i$	$\sigma_i$	$\gamma_i$
Y	0,96	0,04	4,34
X1	38,54	11,67	30,29
<b>X</b> 2	32,30	6,81	30,55
<b>X</b> 3	15,28	10,42	61,63
X4	3,21	1,49	45,46
<b>X</b> 5	6,57	2,86	43,52
<b>X</b> 6	37,97	21,33	56,16
<b>X</b> 7	7,61	5,72	75,07

X8	247,65	187,26	71,55
<b>X</b> 9	287,84	254,64	88,10

Анализ приведенных данных показал большую изменчивость изучаемых рядов распределения. Наименьшее среднеквадратическое отклонение имеет показатель успеваемости ( $\sigma_y = 0.04$ ) и соответственно наименьшим оказался и коэффициент вариации ( $\nu_y = 4.34\%$ ), дальше идут возраст преподавателя ( $\sigma_{x_1} = 11.67$ ;  $\nu_{x_1} = 30.29\%$ ) и педагогическая нагрузка ( $\sigma_{x_2} = 6.81$ ;  $\nu_{x_2} = 30.55\%$ ).

Следовательно, можно утверждать, что информация по этим факторам более однородна, что положительно влияет на достоверность получаемых результатов. Однако, вариация других факторов оказалась высокой, поэтому ряды распределения неоднородны.

Коэффициенты парной и частной корреляции показывают, что все учитываемые факторы заметно влияют на успеваемость студентов (табл.№2).

Таблица №2 Парные и частные коэффициенты корреляции

	$r_{j}$	$r_i$
Y	1	1
<b>X</b> 1	0,0569	0,3335
<b>X</b> 2	-0,3574	-0,4617
Х3	0,0007	0,3668
X4	-0,3282	-0,3316
<b>X</b> 5	-0,0685	-0,0745
<i>X</i> 6	0,1146	0,1317
<b>X</b> 7	0,0155	0,3016
<b>X</b> 8	-0,5681	0,5395
<b>X</b> 9	0,0687	0,5392

В результате расчета был получен коэффициент множественной корреляции  ${\it R}$ , представляющий собой меру совокупного действия всех учтенных факторов на успеваемость студентов по отдельным дисциплинам. Он равен 0,7549. Это означает, что учитываемые факторы определяют величину показателя успеваемости студентов примерно на 50%, так как коэффициент детерминации  ${\it R}^2$  равен 0,57007.

Анализ парных зависимостей на основе численных значений коэффициентов парной корреляции позволяет, определив тесноту связи между функцией (успеваемость студентов по отдельным дисциплинам) и каждым отдельно взятым аргументом (фактором), сделать вывод о том, что успеваемость студентов наиболее тесно связана с такими стохастически влияющими на нее факторами, как возраст преподавателей ( $x_1$ ), педагогическая нагрузка каждого преподавателя ( $x_2$ ), общий педагогический стаж ( $x_3$ ), количество групп ( $x_4$ ), жилая площадь ( $x_5$ ), средний ежемесячный доход ( $x_6$ ), средняя заработная плата ( $x_7$ ), личное подсобное хозяйство каждого преподавателя ( $x_9$ ).

Связь между успеваемостью студентов и каждым из девяти факторов характеризуется коэффициентами частной корреляции. Этот коэффициент для успеваемости студентов и возраста преподавателя ( $x_1$ ), например, равен 0,3335. Его изменение объясняется тем, что показатель возраста преподавателя очень тесно связан с другими факторами, входящими в модель.

Коэффициент частной корреляции между педагогической нагрузкой и успеваемостью студентов оказался равным 0,4617. Значит, эти показатели взаимосвязаны теснее, чес успеваемость студентов и возраст преподавателей. Отсюда возникает вопрос: какой из двух факторов должен быть включен в окончательную модель?

Значительна связь между успеваемостью студентов и общим педагогическим стажем преподавателей – 0,3668; гораздо слабее она между среднемесячным доходом преподавателей и успеваемостью студентов – 0,1317.

Наибольшая величина коэффициента частной корреляции – между успеваемостью студентов и размером подсобного хозяйства преподавателей – 0,5395. Это свидетельствует о тесной взаимосвязи указанных факторов. Существенным оказалось и влияние количества групп (– 0,3316). Поэтому оба эти фактора следует включать в окончательную корреляционную модель успеваемости студентов. Остальные факторы, как видно из приведенных коэффициентов частной корреляции, оказывают на нее значительно меньшее влияние. Такой глубокий анализ частных связей имеет большое значение для постановки задачи. При этом прежде всего выявляется группа самых существенных аргументов, в основном определяющих функцию. В нашем случае наиболее влияющими на успеваемость студентов факторами оказались педагогическая нагрузка, общий педагогический стаж, личное подсобное хозяйство и количество личных книг в библиотеке преподавателей.

Общая модель успеваемости студентов (производительности труда) в стандартизованном масштабе с участием девяти факторов имеет вид:

```
t_{1,2,\dots,10} = 0.6638 \ t_2 - 0.4101 \ t_3 + 0.7298 \ t_4 - 0.2546 \ t_5 - 0.0696 \ t_6 + 0.1111 \ t_7 + 0.2571 \ t_8 - 0.5389 \ t_9 + 0.1122 \ t_{10}.
```

Модель показывает, что с увеличением возраста преподавателей на величину среднеквадратического  $\sigma_{x_1}$  успеваемость студентов может повышаться на 0,663 среднеквадратического отклонения  $\sigma_y$ . Уменьшение педагогической нагрузки преподавателей на  $\sigma_{x_2}$  вызывает повышение успеваемости студентов на 0,410 $\sigma_y$ . Изменение средней заработной платы профессорско-преподавательского состава на  $\sigma_{x_7}$  повлечет за собой изменение успеваемости на 0,111 $\sigma_y$ .

Наконец, изменение личного подсобного хозяйства и книжного фонда преподавателей на  $\sigma_{x_9}$  ,  $\sigma_{x_{10}}$  приводит к изменению производительности умственного труда на  $0.538\sigma_v$  и  $0.112\sigma_v$  соответственно.

В результате решения было получено уравнение, характеризующее успеваемость студентов в вузах в натуральном масштабе:

```
\bar{Y} = 0.9422 + 0.0032 x_1 - 0.0027 x_2 + 0.0029 x_3 - 0.0030 x_4 + 0.008 x_5 - 0.0002 x_6 + 0.0024 x_7 - 0.00001 x_8 + 0.0031 x_9.
```

С изменением указанных факторов на единицу (при элиминировании значений других составляющих факторов) успеваемость меняется на соответствующий коэффициент. Модель подтверждает также, что чрезмерное увеличение педагогической нагрузки отрицательно влияет на успеваемость студентов. С увеличением количества групп и площади личного подсобного хозяйства успеваемость студентов соответственно понижается.

Для оценки адекватности модели рассчитаны теоретические уровни успеваемости студентов по отдельной дисциплине, т.е. значения функции при заданных факторах-аргументах.

Полученная модель достаточно описывает изучаемый процесс, т.е. коэффициент аппроксимации **ξ** не превышает 15%, что вполне допустимо для практических расчетов. Проверка показала, что в большинстве случаев коэффициенты корреляции отвечают требованию критерия надежности.

Таким образом, использование методов множественной корреляции позволяет в конкретных условиях определить факторы, наиболее значимые для успеваемости студентов по отдельному предмету, и получить количественную характеристику этой значимости.

Представленная многофакторная модель успеваемости студентов в какой-то степени определяет уровень производительности труда профессорско-преподавательского состава вузов. Экономико-социологическая интерпретация этой модели позволит разработать ряд конкретных мероприятий, направленных на улучшение учебно-воспитательной работы в вузах.

### ИНФОРМАЦИЯ ОБ ABTOPE / INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

## Аликариева Аълохон Нуриддиновна

Кандидат социологических наук, Национальный университет Узбекистана E-mail: alohon@mail.ru

## Alikarieva Alohon Nuriddinova

Candidate of Sociological Sciences, National University of Uzbekistan E-mail: alohon@mail.ru

#### Литература

- 1. *Богданова М.Г., Старожилова О.В.* Теория вероятностей и математическая статистика // Учебное пособие (Часть 2. Регрессионный анализ, дисперсионный анализ). Самара: ИНУТПГУТИ, 2015. 44 с.
- 2. *Каштаева С.В.* Математическое моделирование/Учебное пособие. «Пермский аграрнотехнологический университет имени академика Д.Н.Прянишникова». Пермь: ИПЦ «Прокростъ», 2020. 112 с.
  - 3. Шеффе Г. Дисперсионный анализ. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Наука, 1980. 512 с.
- 4. Шляпентох В.Э. Проблемы качества социологической информации: достоверность, репрезентативность, прогностический потенциал. М.: ЦСП, 2006. 664 с.
  - 5. Библиофонд. Режим доступа: https://www.bibliofond.ru/view.aspx?id=706630/

#### References

- 1. Bogdanova M.G., Starozhilova O.V. Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika (Probability theory and mathematical statistics) // Uchebnoye posobiye (Chast' 2. Regressionnyy analiz, dispersionnyy analiz) (Tutorial (Part 2. Regression analysis, analysis of variance)). Samara: INUTPGUTI, 2015. 144 p.
- 2. Kashtayeva S.V. Matematicheskoye modelirovaniye (Mathematical modeling)/Uchebnoye posobiye. «Permskiy agrarno-tekhnologicheskiy universitet imeni akademika D.N.Pryanishnikova». Perm' : IPTS «Prokrost"», 2020. 112 p.
- 3. Sheffe G. Dispersionnyy analiz (Dispersion analysis). 2-ye izd., pererab. i dop (2 nd edition, revised and supplemented). M.: Science, 1980. 512 p.
- 4. Shlyapentokh V.E. Problemy kachestva sotsiologicheskoy informatsii: dostovernost', reprezentativnost', prognosticheskiy potentsial (Problems of the quality of sociological information: reliability, representativeness, predictive potential.). M.: TSSP, 2006. 664 p.
  - 5. Bibliofond. Available at: https://www.bibliofond.ru/view.aspx?id=706630/

Поступила в редакцию

12 февраля 2020 г.